Fachhochschule Münster University of Applied Sciences

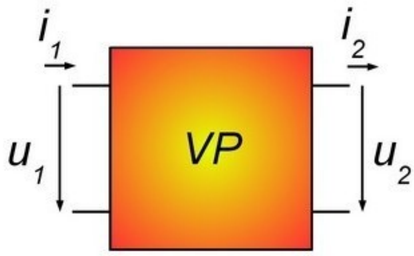
Vierpol-Wellenparameter

Fachbereich Elektrotechnik oder Informatik
Elektroniklabor
Prof. Dr. Martin Poppe

Hier lernen Sie, die Wellenparameter-Darstellung der Matrix eines symmetrischen Vierpols kennen - und schätzen!

Die Kettenparametermatrix eines Vierpols ist $\begin{pmatrix} u_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} u_2 \\ i_2 \end{pmatrix}$ mit $A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$

Sie hat also vier freie Parameter. Die Spiegelsymmetrie halbiert die Anzahl der freien Parameter auf zwei, denn es gelten $A_{11} = A_{22}$ und $A_{11}^2 - A_{12} \cdot A_{21} = 1$, das heißt, identische Diagonalelemente und eine Determinante mit dem Wert 1.



Der zu einem symmetrischen Vierpol gehörige charakteristische Widerstand ist durch $Z_0 = \sqrt{A_{12}/A_{21}}$ gegeben. Diese Beziehung können wir benutzen, um die Determinantenbeziehung in eleganterer Form auszudrücken:

$$A_{11}^2 - Z_0^2 \cdot A_{21}^2 = 1$$

Dem mathematisch geübten Auge fällt die Ähnlichkeit mit den Hyperbelfunktionen auf, denn es gilt in der gesamten komplexen Ebene:

$$\cosh^2(g) - \sinh^2(g) = 1$$

Daher kann man (ohne irgend welche Annahmen über Anschlüsse etc. zu machen) auch schreiben: $A_{11} = A_{22} = \cosh(g)$ und $Z_0 A_{21} = A_{12}/Z_0 = \sinh(g)$.
Die Kettenparametermatrix nimmt dann die folgende Form an:

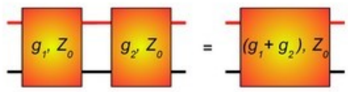
$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(g) & Z_0 \cdot \sinh(g) \\ \frac{1}{Z_0} \sinh(g) & \cosh(g) \end{pmatrix}$$

Die Vorteile dieser Darstellung sind:

1. Die Symmetriebeziehungen sind automatisch berücksichtigt, denn es gibt nur die zwei freien Parameter Z_0 und g.
2. Der Wellenwiderstand muss nicht erst ausgerechnet werden.
3. Die Berechnung der Hintereinanderschaltung mehrerer Vierpole mit gleichem Wellenwiderstand ist durch die Eigenschaften der Hyperbelfunktionen extrem erleichtert, denn es gilt:

$$\begin{pmatrix} \cosh(g_1) & Z_0 \cdot \sinh(g_1) \\ \frac{1}{Z_0} \sinh(g_1) & \cosh(g_1) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cosh(g_2) & Z_0 \cdot \sinh(g_2) \\ \frac{1}{Z_0} \sinh(g_2) & \cosh(g_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(g_1+g_2) & Z_0 \cdot \sinh(g_1+g_2) \\ \frac{1}{Z_0} \sinh(g_1+g_2) & \cosh(g_1+g_2) \end{pmatrix}$$

oder in Bildern:



Man kann also in der Wellenparameterdarstellung auf einen Matrizenmultiplikation verzichten, wenn man die Hintereinanderschaltung zweier Vierpole berechnet.